



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: دنباله هندسی

پشتیبانی شاگریان: ۰۹۰۱۴۲۵۳۰۵۰

منبع: قلمچی و گزینه دو تا ۱۳۹۸

۱ به علت تورّم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می‌شود. در سال پنجم، قیمت این کالا، چند برابر قیمت سال اول می‌شود؟
خارج از کشور - ۱۳۹۵

۱,۴۷۵۱ (۴)

۱,۴۶۴۱ (۳)

۱,۳۷۶۱ (۲)

۱,۳۳۲۱ (۱)

۲ اعداد $1, x, y, 64$ تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند، $x + y$ کدام است؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۶

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۲۴ (۲)

۳۶ (۱)

۳ اگر اعداد مثبت زیر جملات یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار $2m + b$ کدام است؟

$\frac{1}{18}, \frac{1}{m+1}, 2, b, \dots$ منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۱۲ (۴)

۱۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

۴ با اضافه کردن یک مقدار ثابت به سه عدد ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ این سه عدد به ترتیب تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. قدر نسبت این دنباله کدام گزینه است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۷

$\frac{10}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

۵ (۲)

$\frac{15}{2}$ (۱)

۵ کدام گزینه می‌تواند بیانگر یک دنباله‌ی هندسی باشد؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۶

$\sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots$ (۴)

$\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \dots$ (۳)

$1, 4, 9, 16, \dots$ (۲)

$5, 7, 9, \dots$ (۱)



۶ در دنباله‌ی هندسی $t_n = \frac{3}{2}(-1)^n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، مجموع چهار جمله‌ی اول، چند برابر مجموع چهار

گزینه ۲- ۱۳۹۶

جمله‌ی دوم است؟

۱۶ (۴)

-۸ (۳)

۴ (۲)

-۲ (۱)

۷ در یک اتاق کنفرانس، صندلی‌ها به صورت دایره‌ای چیده شده است. در اولین ردیف ۸ صندلی وجود دارد و تعداد صندلی هر ردیف بعدی برابر با مجموع تعداد صندلی‌های ردیف جلویی و تعداد فاصله بین صندلی‌های ردیف جلویی است. اگر در کل، در این اتاق کنفرانس، ۷ ردیف وجود داشته باشد، مجموع صندلی‌های ردیف ششم و هفتم چند برابر مجموع صندلی‌های ردیف دوم و سوم است؟ منبع قلم چی- ۱۳۹۷

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۸ به علت تورم، بر قیمت کالایی، هر سال ۲۰ درصد افزوده می‌شود. در سال چهارم قیمت این کالا چند

گزینه ۲- ۱۳۹۷

برابر قیمت سال اول است؟

۱٫۸ (۴)

۱٫۶ (۳)

۱٫۷۲۸ (۲)

۱٫۸۲۷ (۱)

۹ در دنباله‌ی هندسی افزایشی $x, 21, y, 189, 000$ ، حاصل $x + y$ کدام است؟

گزینه ۲- ۱۳۹۷

۷۳ (۴)

۷۰ (۳)

۶۶ (۲)

۶۳ (۱)

۱۰ در دنباله هندسی $4^{m+1}, 16^{2m-1}, 8^{3m}, \dots$ ، مقدار m کدام است؟

منبع قلم چی- ۱۳۹۸

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱ اگر $4x + 4$ و $4x - 4$ و $x - 4$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله اول یک دنباله هندسی باشند،

منبع قلم چی- ۱۳۹۸

جمله هفتاد و یکم کدام گزینه است؟

4×3^{71} (۴)

3×4^{71} (۳)

4×3^{70} (۲)

3×4^{70} (۱)



۱۲) جمله دوم یک دنباله هندسی $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ و جمله پنجم $-\frac{1}{8}$ است. جمله چندم این دنباله $\frac{\sqrt{2}}{16}$ است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۸

جمله سوم (۴)

جمله هفتم (۳)

جمله ششم (۲)

جمله چهارم (۱)

۱۳) اگر جمله های سوم و ششم یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n به ترتیب از راست به چپ ۲۷ و ۸ باشند، حاصل عبارت $\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}}$ کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۸

 $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۱۴) در دنباله های هندسی $64, 32, \dots$ کدام جمله برابر 16^{-1} است؟

دوازدهم (۴)

یازدهم (۳)

دهم (۲)

نهم (۱)

منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۱۵) دنباله های هندسی $\left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}, \dots, \frac{1}{125}, \frac{1}{5}$ چند جمله دارد؟ (k زوج است).

 $3k^2$ (۴) $3k$ (۳) $\frac{k^2}{2}$ (۲) $\frac{k}{2}$ (۱)

۱۶) واسطه های هندسی بین جمله ی هفتم و هجدهم دنباله ی حسابی $-2, 2, 6, 10, \dots$ کدام است؟

گزینه ۲ - ۱۳۹۶

 $\pm \frac{6\sqrt{2}}{5}$ (۴) $\pm 14\sqrt{2}$ (۳) ± 24 (۲) $\pm 22\sqrt{3}$ (۱)

۱۷) در یک دنباله هندسی، جمله ی اول ۳ و جمله ی عمومی $t_{n+1} = \frac{1}{2}t_n$ است. t_n کدام است؟

منتا - ۱۳۹۶

 $\frac{3}{2^{n-1}}$ (۴) $\frac{3}{2^n}$ (۳) $\frac{1}{3^n}$ (۲) $\frac{2}{3^n}$ (۱)



منتا- ۱۳۹۶

۱۸) اگر در یک دنباله هندسی $\frac{t_3}{t_1} = \sqrt{5}$ ، آن گاه $\frac{t_9}{t_5}$ کدام است؟

۴) $5\sqrt{5}$

۳) ۵

۲) $\sqrt{5}$

۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۱۹) بین دو عدد ۲ و ۲۰۰ نوزده عدد مثبت چنان قرار داده‌ایم که یک دنباله هندسی تولید شود جمله وسط این دنباله کدام است؟

منتا- ۱۳۹۶

۴) ۲۰

۳) ۱۸

۲) ۱۲

۱) ۱۰

منتا- ۱۳۹۶

۲۰) در دنباله هندسی $27, \dots, m, m^2$ جمله چهارم کدام است؟

۴) ۹۹

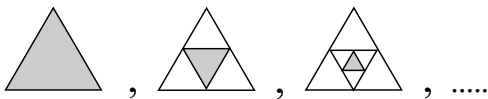
۳) ۸۱

۲) ۴۸

۱) ۳۹

۲۱) در الگوی زیر، هر شکل از به هم وصل شدن وسط‌های اضلاع مثلث داخلی تشکیل می‌شود. اگر مساحت شکل اول S باشد، مساحت قسمت رنگی شکل n ام کدام است؟

منتا- ۱۳۹۶



۲) $\frac{S}{4^n}$

۱) $\frac{S}{4^{n-1}}$

۴) $\frac{S}{2}$

۳) $\frac{S}{2^{n-1}}$

منتا- ۱۳۹۶

۲۲) در یک دنباله هندسی با جمله عمومی $\frac{2}{5^n}$ ، قدرنسبت کدام است؟

۴) $\frac{2}{25}$

۳) $\frac{2}{5}$

۲) $\frac{1}{25}$

۱) $\frac{1}{5}$

منتا- ۱۳۹۶

۲۳) در یک دنباله هندسی $t_1 t_3 t_5 = 8 t_2 t_4 t_6$ ، قدرنسبت کدام است؟

۴) $\sqrt[3]{2}$

۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

۲) ۲

۱) $\frac{1}{2}$



۲۴) در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر با ۱ و مجموع چهار جمله‌ی اول آن برابر با ۳ است. مجموع ۶ جمله‌ی اول کدام است؟

منتا- ۱۳۹۶

۱۳٫۴ (۴)

۱۲٫۶ (۳)

۱۱٫۲ (۲)

۱۰٫۸ (۱)

۲۵) توپی را از ارتفاع ۴۰ متری زمین رها می‌کنیم. هر بار که توپ زمین می‌خورد به اندازه‌ی نصف ارتفاع قبلی بالا می‌آید. توپ بعد از چهارمین بار که زمین می‌خورد تا چه ارتفاعی اوج می‌گیرد؟

منتا- ۱۳۹۶

۱۶ (۴)

۷٫۵ (۳)

۵ (۲)

۲٫۵ (۱)

۲۶) در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی پنجم $\frac{2}{81}$ و جمله‌ی دوم $-\frac{2}{3}$ است. جمله‌ی عمومی این دنباله کدام است؟

منبع قلم چی- ۱۳۹۷

$a_n = -\frac{1}{3}(2)^{n-1}$ (۴)

$a_n = 2(-\frac{1}{3})^{n-1}$ (۳)

$a_n = \frac{1}{3}(2)^{n-1}$ (۲)

$a_n = 2(\frac{1}{3})^{n-1}$ (۱)

۲۷) جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی به صورت $a_n = \frac{3}{2 \times 5^{2n-4}}$ می‌باشد. جمله‌ی اول این دنباله

منبع قلم چی- ۱۳۹۷

چند برابر قدر نسبت آن می‌باشد؟

$\frac{2501}{2}$ (۴)

۲۵۰۱ (۳)

۱۸۷۵ (۲)

$\frac{1875}{2}$ (۱)

۲۸) در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، نسبت جمله‌ی هشتم به جمله‌ی پنجم برابر ۲۷ است. اگر حاصل ضرب جمله‌های اول و دوم ۱۲ باشد، جمله‌ی چهارم این دنباله کدام است؟

منبع قلم چی- ۱۳۹۷

۸۱ (۴)

۱۶۲ (۳)

۲۷ (۲)

۵۴ (۱)

۲۹) اگر a, b و c به ترتیب جملات متوالی و متمایز از یک دنباله‌ی هندسی باشند. اعداد کدام گزینه با ترتیب ذکر شده تشکیل دنباله‌ی هندسی نمی‌دهند؟

منبع قلم چی- ۱۳۹۷

$c + 2$ و $b + 2$ و $a + 2$ (۴)

c^2 و b^2 و a^2 (۳)

$\frac{1}{c}$ و $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a}$ (۲)

$2c$ و $2b$ و $2a$ (۱)



۳۰ حاصل ضرب پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی $3^{10} \times 32$ است. جمله‌ی سوم این دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۷

۱۸ (۴)

۲۴ (۳)

۳۲ (۲)

۳۶ (۱)

۳۱ بین اعداد ۵ و $32/0$ دو واسطه هندسی مثبت درج کرده‌ایم. قدر نسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟ (جملات دنباله را به صورت کاهشی در نظر بگیرید).
منبع قلم چی - ۱۳۹۷

 $0/4$ (۴) $0/8$ (۳) $0/16$ (۲) $0/2$ (۱)

۳۲ در یک دنباله‌ی هندسی مجموع جملات اول و دوم برابر $\frac{3}{8}$ و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۳ است. در این دنباله، نسبت نسبت مشترک به جمله‌ی اول کدام است؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۴ (۴)

۱۶ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

۳۳ کارفرمایی با یک کارگر توافق کرده است که اجرت روز اول ۵۰۰ تومان باشد و تا پایان هفته، اجرت هر روز نسبت به روز قبل ۲۰ درصد افزایش داشته باشد. مجموع اجرت ۴ روز اول چه قدر است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۲۶۰۰ (۴)

۲۶۸۴ (۳)

۲۸۰۰ (۲)

۲۸۶۴ (۱)

۳۴ اگر در یک دنباله‌ی هندسی $27 = a_{13} \times a_{10} \times a_7$ باشد، مقدار $a_5 \times a_{15}$ کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۲۷ (۴)

 $3\sqrt{3}$ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

قیمت کالا را x در نظر می‌گیریم که قرار است هر سال ۱۰٪ به آن افزوده شود:

$$x + \frac{10}{100}x = x + 0.1x = 1.1x$$

پس در هر سال قیمت‌ها در ۱٫۱ ضرب می‌شوند، به عبارت دیگر یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک (۱٫۱) می‌سازند و داریم:

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 r^4}{a_1} = r^4 = (1.1)^4 = ((1.1)^2)^2 = (1.21)^2 = 1.4641$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی از رابطه‌ی $a_n = a \cdot q^{n-1}$ به دست می‌آید.

$$1, x, y, 64$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_4 = 64 \Rightarrow a_1 q^3 = 64 \xrightarrow{a_1=1} q^3 = 64 \Rightarrow q = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a_1 q = 1 \times 4 = 4 \\ y = a_1 q^2 = 1 \times 4^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow x + y = 20$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_1 = \frac{1}{18}$$

$$a_3 = a_1 r^2 = 2 \Rightarrow \frac{1}{18} r^2 = 2 \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} r = 6 & \text{ق ق} \\ r = -6 & \text{غ ق ق (جملات، مثبت هستند)} \end{cases}$$

$$a_4 = a_1 r = \frac{1}{18} \times 6 = \frac{1}{3} = \frac{1}{m+1} \Rightarrow m = 2$$

$$b = a_4 = a_1 r^3 = \frac{1}{18} \times 216 = 12$$

پس $16 = 12 + b = (2 \times 2) + 12$ است.

اگر اعداد مثبت c و b و a : جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند داریم $b^2 = ac$
در هر دنباله‌ی هندسی، قدر نسبت از رابطه‌ی $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ بدست می‌آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ می‌دانیم:

دنباله‌ی هندسی حاصل بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} 20 + x, 50 + x, 100 + x &\xrightarrow{\text{دنباله‌ی هندسی}} (50 + x)^2 = (20 + x)(100 + x) \\ \Rightarrow 2500 + 100x + x^2 &= x^2 + 120x + 2000 \Rightarrow 20x = 500 \Rightarrow x = 25 \\ \Rightarrow \text{دنباله‌ی هندسی: } 45, 75, 125 \end{aligned}$$

و قدر نسبت دنباله عبارت‌اند از:

$$r = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ نکته: در یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک r داریم:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = r$$

با توجه به نکته‌ی بالا، فقط گزینه‌ی ۴ بیانگر یک دنباله‌ی هندسی است:

$$\begin{cases} \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} \Rightarrow \text{دنباله، هندسی است}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ جملات این دنباله عبارتند از:

$$t_1 = -\frac{3}{8}, t_2 = \frac{3}{16}, \dots \Rightarrow \text{قدر نسبت} = r = \frac{t_2}{t_1}$$

$$= \frac{\frac{3}{16}}{-\frac{3}{8}} = -\frac{1}{2}$$

1 2 3 4 5

جمله عمومی دنباله هندسی یا جمله اول a_1 و قدر نسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$

رسم یک ۳۲ ضلعی ، ... ، رسم یک ۱۶ ضلعی ، رسم یک ۸ ضلعی

دنبالہ حاصل یک دنبالہ ہندسے، با حملہ اول ۸ و قدر نسبت ۲ است.

اگر قیمت کالا در سال اول را a در نظر بگیریم، قیمت این کالا در سال دوم برابر $1,2a$ و $a + \frac{20}{100}a$ خواهد بود و این روند به صورت یک دنباله‌ی هندسی با

قدر نیست $q = 1,2$ است. پس دنباله‌ی قیمت‌ها به صورت زیر است:

بنابراین قیمت کالا در سال چهارم برابر است با:

جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

چون دنباله افزایشی است، فقط مقدار $r = 3$ قابل قبول است. بنابراین:

می‌دانیم: اگر c و b و a سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $b^2 = ac$. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰)

در دنباله هندسی با جملات a, b, c داریم: $b^2 = ac$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\text{جملات دنباله } ۴, ۱۲, ۳۶, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = ۴ \\ q = ۳ \end{cases} \Rightarrow a_{v_1} = a_1 q^{v_0} = ۴ \times ۳^{v_0}$$

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با: $t_n = t_1 r^{n-1}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-n+1}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow -n+1 = -1 \Rightarrow n = 2$$



۱۳ می‌دانیم: جمله عمومی هر دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r عبارت‌اند از: $t_n = t_1 r^{n-1}$

$$\frac{t_6}{t_3} = \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = r^3 \Rightarrow \frac{8}{27} = r^3 \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{t_7 + t_8 + t_9 + \dots + t_{15}}{t_7 + t_8 + t_9 + \dots + t_{15}} &= \frac{t_7 + t_8 + t_9 + \dots + t_{15}}{t_7 r^0 + t_8 r^1 + t_9 r^2 + \dots + t_{15} r^8} \\ &= \frac{t_7 + t_8 + t_9 + \dots + t_{15}}{r^2 (t_7 + t_8 + t_9 + \dots + t_{15})} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_1 = 64$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow 16^{-1} = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow (2^4)^{-1} = 2^6 \times 2^{-(n-1)}$$

$$\Rightarrow 2^{-4} = 2^6 \times 2^{-n+1} \Rightarrow 2^{-4} = 2^{6-n+1} \Rightarrow 2^{-4} = 2^{7-n}$$

$$\Rightarrow -4 = 7 - n \Rightarrow n = 7 + 4 = 11$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

قدرنسبت این دنباله عبارتست از:

$$a = \frac{\frac{1}{125}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{25}$$

در هر دنباله هندسی، جمله عمومی به فرم $t_n = t_1 q^{n-1}$ است:

$$t_n = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{25}\right)^{n-1}$$

آن را برابر با $\left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}$ قرار می‌دهیم تا n بدست آید:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{25}\right)^{n-1} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \\ \Rightarrow \frac{1}{5} \times \left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^{n-1} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2n-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{2n-1} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \Rightarrow 2n-1 = k^2-1 \Rightarrow 2n = k^2 \Rightarrow n = \frac{k^2}{2} \end{aligned}$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

واسطه هندسی بین دو عدد مثبت a و c از رابطه $b^2 = ac$ بدست می‌آید.
جمله عمومی دنباله حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

در دنباله حسابی $1, 5, 9, 13, \dots$ ، قدرنسبت ۴ و جمله اول ۲- است.

$$\begin{aligned} t_7 &= -2 + 6 \times 4 = 22 \\ t_{18} &= -2 + 17 \times 4 = 68 - 2 = 66 \Rightarrow \text{واسطه هندسی: } b^2 = 22 \times 66 = 2 \times 11 \times 6 \times 11 \\ &= 2 \times 11 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 11^2 \times 3 \\ \sqrt{b} &= \pm 2 \times 11 \sqrt{3} = \pm 22\sqrt{3} \end{aligned}$$

۱۷ $t_{n+1} = \frac{1}{2} t_n$ نشان می‌دهد که هر جمله از ضرب شدن $\frac{1}{2}$ در جمله قبل از آن به‌دست آمده و این یعنی یک دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{2}$. از طرفی

جمله اول برابر ۳ است. پس:

$$t_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow t_n = 3 \times \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{3}{2^{n-1}}$$

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

جمله عمومی دنباله هندسی $t_n = t_1 \times r^{n-1}$

$$\frac{t_3}{t_1} = \frac{t_1 \times r^2}{t_1} = r^2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{t_9}{t_5} = \frac{t_1 \times r^8}{t_1 \times r^4} = r^4 = (r^2)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$



دنباله‌ی حاصل به صورت زیر است: ۲۰۰، ...، جمله‌ی وسط، ...، ۲، ۹ جمله ۹ جمله ۱۹
در هر دنباله‌ی هندسی، مربع جمله‌ی وسط، برابر با حاصل ضرب حالت متساوی‌الفاصله از طرفین خود است:

$$(جمله‌ی وسط)^2 = 2 \times 200 = 400 \Rightarrow \sqrt{400} = 20 = \text{جمله‌ی وسط}$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹
قدرنسبت این دنباله‌ی m است:

$$\begin{matrix} \times m & \times m \\ m, m^2, 27, \dots \end{matrix}$$

از طرفی ۲۷ جمله‌ی سوم است و داریم:

$$t_3 = t_1 r^2 = m \times m^2 = 27 \Rightarrow m^3 = 27 \Rightarrow 3$$

$$t_4 = t_1 r^3 = 3 \times 3^3 = 3^4 = 81$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: از به هم وصل شدن وسط‌های اضلاع هر چند ضلعی، شکلی تشکیل می‌شود که محیط آن نصف محیط و مساحت آن $\frac{1}{4}$ مساحت شکل اصلی است.

پس مساحت قسمت رنگی در هر مرحله $\frac{1}{4}$ مرحله قبل می‌شود. دنباله‌ی مساحت‌ها به صورت زیر است:

$$S, \frac{S}{4}, \frac{S}{16}, \dots \Rightarrow \begin{cases} t_1 = S \\ r = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow t_n = S \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = S \times \frac{1}{4^{n-1}} = \frac{S}{4^{n-1}}$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ در هر دنباله هندسی، قدرنسبت برابر است با خارج قسمت دو جمله متوالی (بعدي فاعلي)

$$t_1 = \frac{2}{5^1} = \frac{2}{5}, \quad t_2 = \frac{2}{5^2} = \frac{2}{25}$$

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2}{25}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_1 t_4 t_5 = 8 t_2 t_3 t_6 \Rightarrow t_1 \times t_1 r^3 \times t_1 r^4 = 8 t_1 r^2 \times t_1 r^3 \times t_1 r^5 \Rightarrow \cancel{t_1}^3 r^7 = 8 \cancel{t_1}^3 r^{10} \Rightarrow r^7 = 8 r^{10} \Rightarrow \frac{r^7}{r^{10}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r^3} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = 2 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_1 + t_2 = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 r = 1 \Rightarrow t_1 (1 + r) = 1$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3 = t_1 (1 + r + r^2 + r^3)$$

$$= t_1 ((1 + r^2) + (r + r^3)) = t_1 ((1 + r^2) + r(1 + r^2))$$

$$= t_1 (1 + r^2)(1 + r) = 1 + r = 3 \Rightarrow r = 2$$

$$t_1 + t_2 = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 \times r^2 = 1 \xrightarrow{r=2} t_1 + 4t_1 = 1 \Rightarrow 5t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{5}$$

$$\text{اول مجموعه شش جمله‌ی اول: } t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{8}{5} + \frac{16}{5} + \frac{32}{5} = \frac{63}{5} = 12.6$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

دنباله‌ی ارتفاع‌های توپ از زمین، یک دنباله‌ی هندسی است با $t_1 = 40$ ، $r = \frac{1}{3}$

$$40, 20, 10, 5, 2.5, \dots$$

بنابراین جمله‌ی پنجم این دنباله ۲.۵ است.

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r} = \frac{r^3}{1} \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

$$a_2 = a_1 r = -\frac{1}{3} \xrightarrow{r=-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3} a_1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}} = 1$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 1 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$a_n = \frac{3}{2 \times 5^{2n-4}} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{3}{2 \times 5^{4-4}} = \frac{3}{2} \\ a_1 = \frac{3}{2 \times 5^{2-4}} = \frac{3}{2 \times 5^{-2}} = \frac{3 \times 5^2}{2} = \frac{75}{2} \end{cases}$$

جمله‌ی دوم را بر جمله‌ی اول تقسیم می‌کنیم تا قدر نسبت به دست آید.

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{75}{2}} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{a_1}{r} = \frac{\frac{75}{2}}{\frac{1}{25}} = \frac{1875}{2}$$

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک a_1 ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_1 \times a_2 = 12 \Rightarrow a_1 \times a_1 r = 12 \xrightarrow{r=3} a_1^2 \times 3 = 12 \Rightarrow a_1^2 = 4 \xrightarrow{\text{جملات دنباله، مثبت هستند}} a_1 = 2$$

$$a_4 = a_1 r^3 = 2(3)^3 = 54$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

می‌دانیم: اگر a و b و c جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، رابطه‌ی $b^2 = ac$ بین آنها برقرار است.

رابطه‌ی فوق در بین جملات همه‌ی گزینه‌ها جز گزینه‌ی ۴ برقرار است:

$$(b+2)^2 \neq (a+2)(c+2)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

می‌دانیم: در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول t_1 و قدر نسبت r جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times t_4 \times t_5 = 2^5 \times 3^{10} \Rightarrow t_1 \times (t_1 r) \times (t_1 r^2) \times (t_1 r^3) \times (t_1 r^4) = 2^5 \times 3^{10}$$

$$\Rightarrow t_1^5 r^{10} = 2^5 \times 3^{10} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ r = 3 \end{cases} \Rightarrow t_n = 2 \times 3^{n-1}$$

پس جمله‌ی سوم برابر است با:

$$t_3 = 2 \times 3^{3-1} = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱ با درج دو واسطه‌ی هندسی بین اعداد ۵ و ۳۲ داریم:

$$t_1 = 5, t_5 = 32$$

$$t_5 = t_1 r^4 \Rightarrow \frac{32}{5} = 5 \times r^4 \Rightarrow \frac{32}{50} = r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{16}{125} \Rightarrow r = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \Rightarrow r = \frac{2}{5} = 0.4$$

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow a_1 + a_1 r = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow a_1(1+r) = \frac{r}{\lambda} & (I) \\ a_4 + a_5 = 3 \Rightarrow a_1 r^3 + a_1 r^4 = 3 \Rightarrow a_1 r^3(1+r) = 3 & (II) \end{cases}$$

با تقسیم دو طرف تساوی عبارت (II) بر عبارت (I) داریم:

$$r^3 = \frac{3}{\frac{r}{\lambda}} = \lambda \Rightarrow r = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در (I)}} a_1 = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \frac{r}{a_1} = \frac{2}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{2}{\lambda} = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\text{البته: برای یافتن مجموع جملات، می‌توان از رابطه‌ی } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ هم استفاده کنید.}$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{6}{5}a_1}{a_1} = \frac{6}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{نوشتن جملات دنباله}} 500, \underbrace{\frac{6}{5} \times 500}_{600}, \underbrace{\frac{6}{5} \times 600}_{720}, \underbrace{\frac{6}{5} \times 720}_{864}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ۴ جمله‌ی اول} = 500 + 600 + 720 + 864 = 2684$$

البته: برای یافتن مجموع جملات، می‌توان از رابطه‌ی $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ هم استفاده کنید.

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$a_2 \times a_{10} \times a_{18} = (a_1 r^1) \times (a_1 r^9) \times (a_1 r^{17}) = a_1^3 r^{27}$$

$$\Rightarrow a_1^3 r^{27} = 27 \Rightarrow (a_1 r^9)^3 = 3^3 \Rightarrow a_1 r^9 = 3$$



$$a_5 \times a_{15} = a_1 r^4 \times a_1 r^{14} = a_1^2 r^{18} = (a_1 r^9)^2 = 3^2 = 9$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴

۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴

۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴